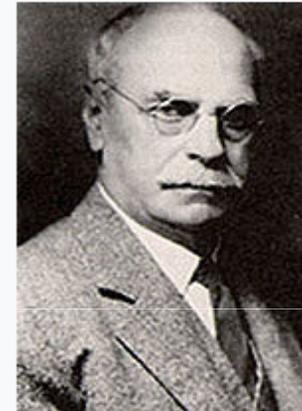




## Efeito Hall Quântico

**Belarmino G M Tavares**

**Edwin Hall**



Edwin Herbert Hall (1855-1938)

<b>Born</b>	November 7, 1855 <a href="#">Gorham, Maine, United States</a>
<b>Died</b>	November 20, 1938 (aged 83) <a href="#">Cambridge, Massachusetts, United States</a>
<b>Nationality</b>	American
<b>Alma mater</b>	<a href="#">Johns Hopkins University</a> <a href="#">Bowdoin College</a>
<b>Known for</b>	<a href="#">Hall effect</a>
	<b>Scientific career</b>
<b>Fields</b>	<a href="#">Physicist</a>
<b>Institutions</b>	<a href="#">Harvard University</a>
<b>Doctoral advisor</b>	<a href="#">Henry Augustus Rowland</a>



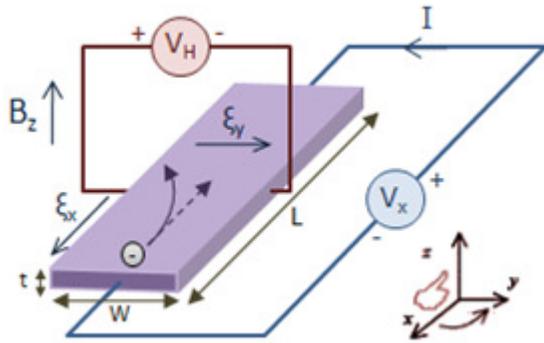
## **Tema:**

**O Efeito Hall Quântico.**

## **Sumario:**

- 1. O Efeito Hall Clássico.**
- 2. O Efeito Hall Quântico Inteiro.**
- 3. O Efeito Hall Quântico Fracionário.**

# 1- O Efeito Hall Clássico :



**Força de Lorentz para o eletron:**

$$m\dot{\vec{v}} = -e(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}) = 0 \quad \Rightarrow \quad \vec{E} = -\vec{v} \times \vec{B}$$

**Corrente estacionaria:**

$$\vec{j} = -e\rho\vec{v}$$

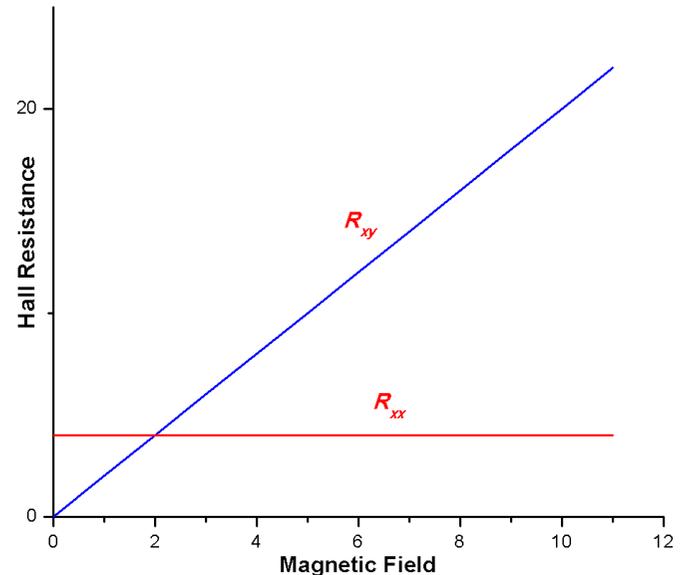
$$j_x = \frac{e\rho}{B}E_y \quad j_y = \frac{e\rho}{B}E_x$$

**Resistência de Hall:**

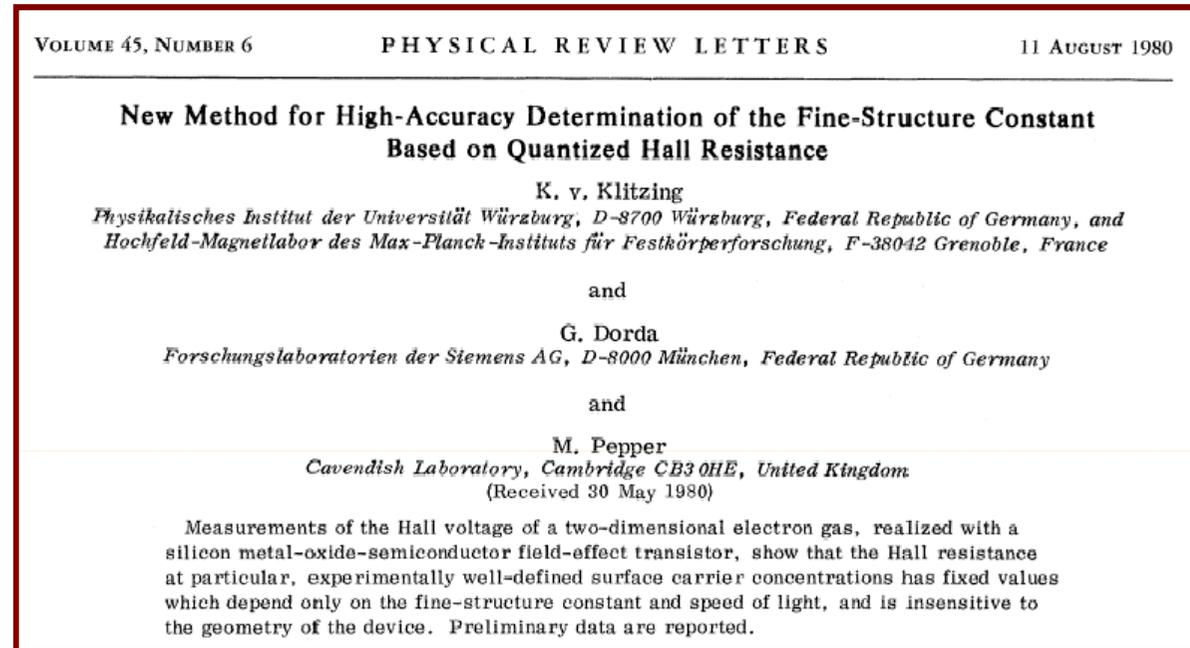
$$R_{xy} \equiv \frac{E_y}{j_x} = \frac{1}{\nu} \frac{2\pi\hbar}{e^2}, \quad R_{xx} = 0$$

$$\frac{1}{\nu} = \frac{eB}{2\pi\hbar\rho} = \frac{B}{\Phi_D\rho} \quad \Phi_D = \frac{2\pi\hbar}{e}$$

**Dirac flux quantum**



## 2- O Efeito Hall Quântico Inteiro em 2DEG



### Quantum Hall effect requires:

1. **Two-dimensional electron gas** – “A two-dimensional electron gas is absolutely necessary for the observation of the Quantized Hall Effect”
2. **Very low temperature** ( $< 4$  K)
3. **Very strong magnetic field** ( $\sim 10$  Tesla)

### Klaus von Klitzing



**Born** 28 June 1943 (age 74)  
Schroda, Reichsgau Posen,  
Germany (present-day Poland)

**Nationality** German

**Known for** Quantum Hall effect<sup>[1]</sup>

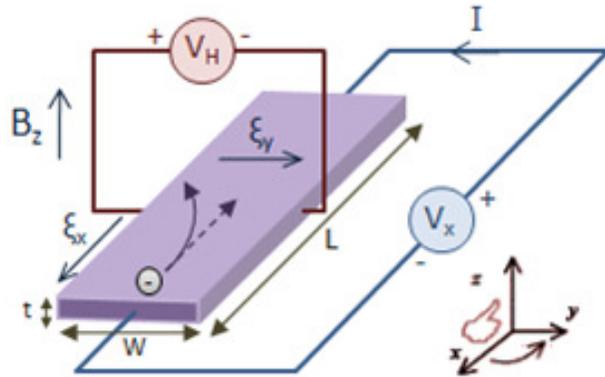
**Awards** Nobel Prize in Physics (1985)  
Dirac Medal (1988)  
ForMemRS (2003)<sup>[2]</sup>

**Scientific career**

**Fields** Physics

## 2DEG:

### Medição da Resistencia de Hall:



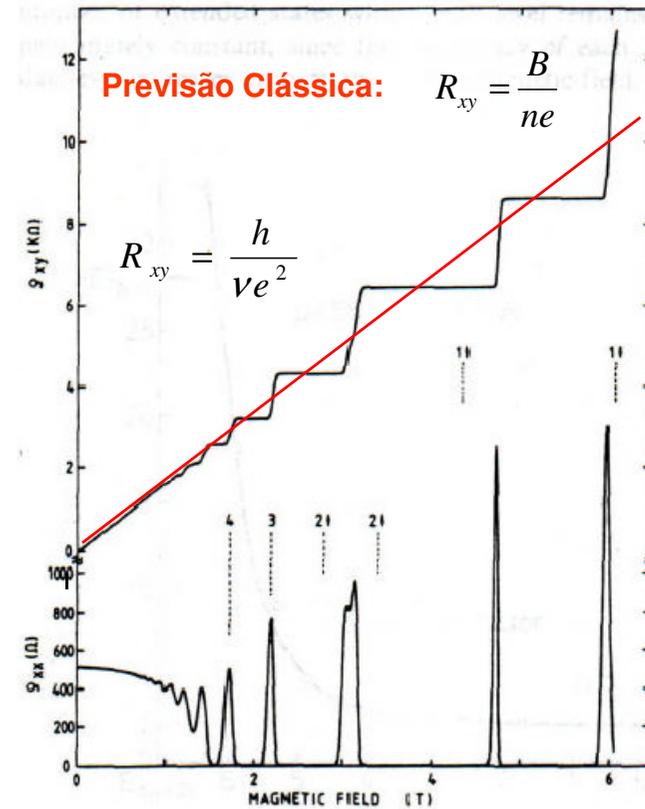
$$R_{xy} = \frac{h}{\nu e^2}$$

$$\nu = \frac{l_B^2}{n_{2D}^{-1}} = \frac{nh}{eB}$$

*no plateaus?!*

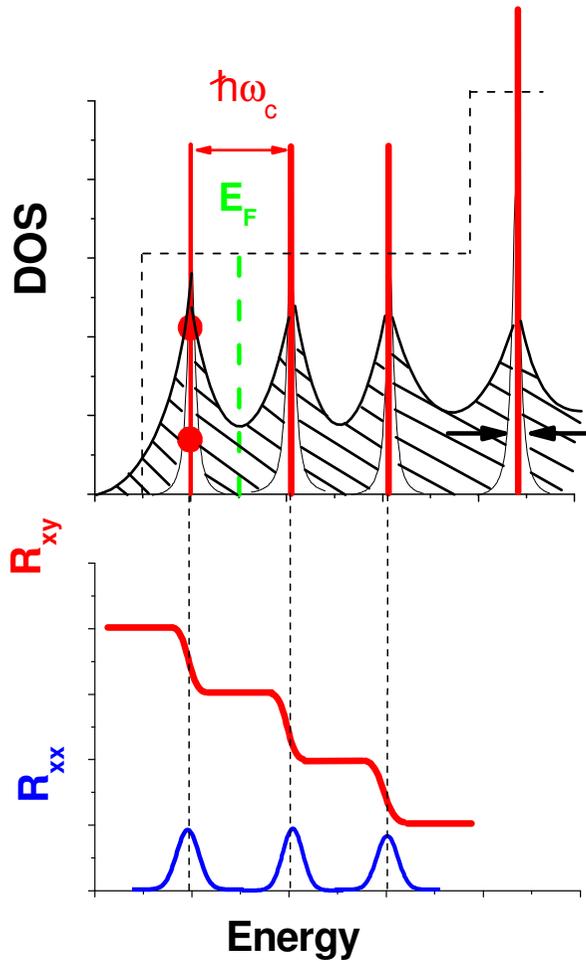
QHE mesure in GaAs/AlGaAs -

M.A.Paalonen, D.C.Tsui, A.C.Gossard, PRB **25**, 5566 (1982)



# Quantização dos níveis de Landau

$$E_l = \hbar\omega_c(l + 1/2)$$

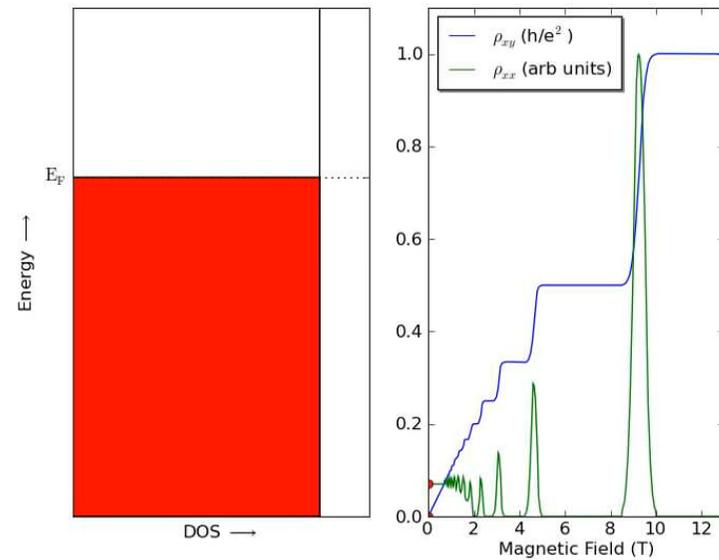
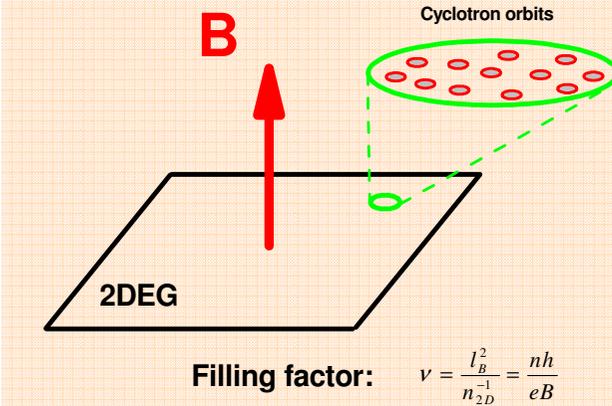


$$\Gamma = \sqrt{\frac{2\hbar}{\pi\tau}} \hbar\omega_c$$

$$\rho_{xx} = \frac{\sigma_{xx}}{\sigma_{xx}^2 + \sigma_{xy}^2}$$

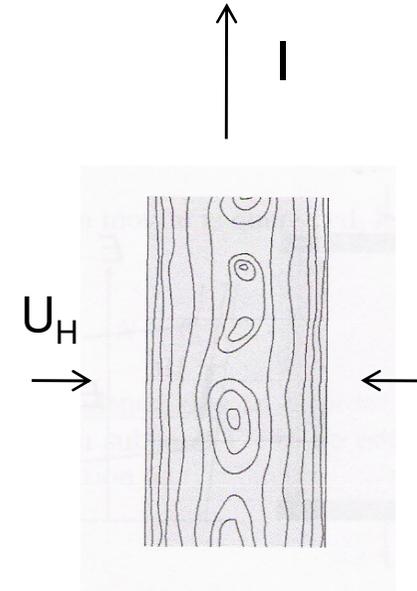
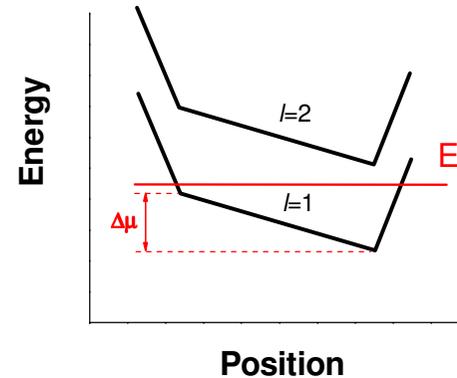
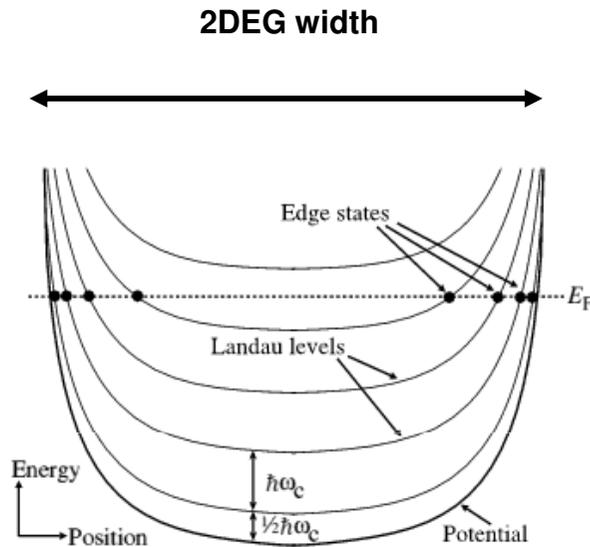
$$R_{xy} = \rho_{xy} = \frac{B}{ne} = \frac{h}{ve^2}$$

## Degeneracy of a Landau level (LL)



# Estado de Borda ( Edge states ) e Condutividade de Hall

B.I.Halperin, PRB 25, 2185 (1982)



Corrente transportada por nivel de Landau:

$$I_l = \frac{e}{h} \Delta\mu$$

Condutividade de Hall:

$$\sigma_{xy} = \frac{I_l}{U_H} = \frac{\frac{e}{h} \Delta\mu}{\Delta\mu / e} = \frac{e^2}{h}$$

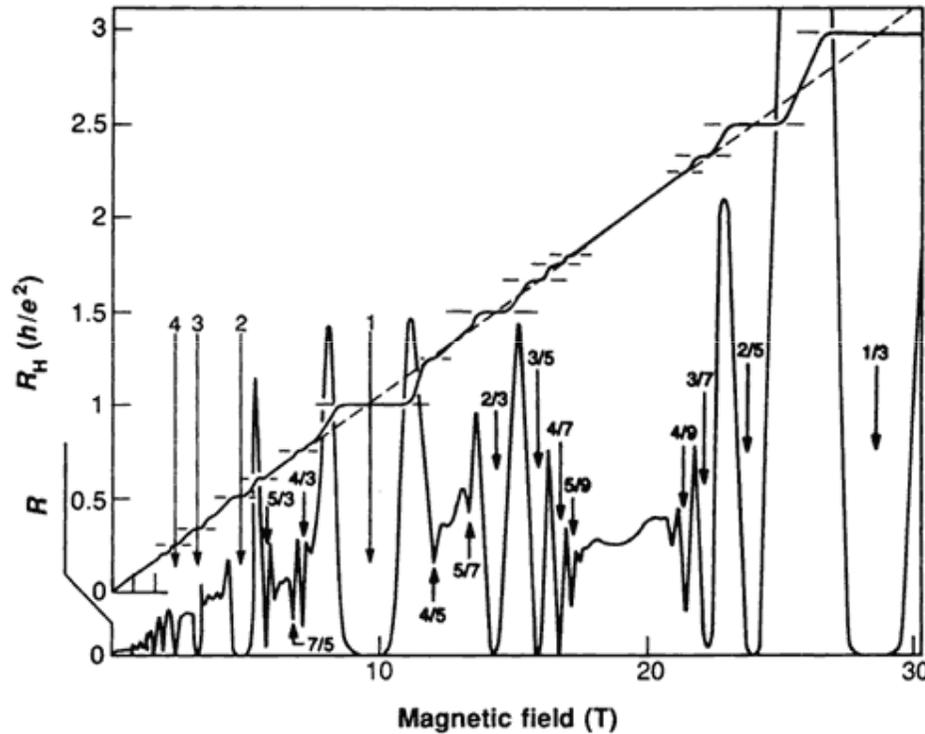
**Importância de estados localizados – Não existe corrente no caso de bulk (Estado metálico fornecem corrente Hall no bulk). Nas Bordas – Não existe dissipação!**

Condutividade Total:

$$\sigma_{xy} = \frac{e^2}{h} \nu$$

**Condutividade Hall é uma medida da carga elétrica**

### 3- O Efeito Hall Quântico Fracionário



### The Nobel Prize in Physics 1998



Robert B. Laughlin  
Prize share: 1/3



Horst L. Störmer  
Prize share: 1/3



Daniel C. Tsui  
Prize share: 1/3

$$\sigma_{xy} = \frac{m e^2}{n \hbar}, \quad m, n \text{ are integer}$$

**Poderá a carga ser uma fração da carga elétrica do elétron?!**

## Estados de Laughlin

$$H\Psi = E\Psi$$

$$H = \sum_j \frac{1}{2m_b} \left[ \frac{\hbar}{i} \nabla_j + \frac{e}{c} \mathbf{A}(\mathbf{r}_j) \right]^2 + \frac{e^2}{\epsilon} \sum_{j < k} \frac{1}{|\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_k|} + \sum_j U(\mathbf{r}_j) + g\mu\mathbf{B} \cdot \mathbf{S}$$

- levar em conta a interação e-e

- Função de onda Laughlin  $\Psi_{1/m}(\{z_i\}) = \prod_{j < k}^N \left( \frac{z_j - z_k}{\ell_B} \right)^m \exp \left\{ -\frac{1}{4\ell_B^2} \sum_{\ell=1}^N |z_\ell|^2 \right\}$   
 $\nu = 1/m$

$$z_j = x_j + iy_j$$

### • Requisitos

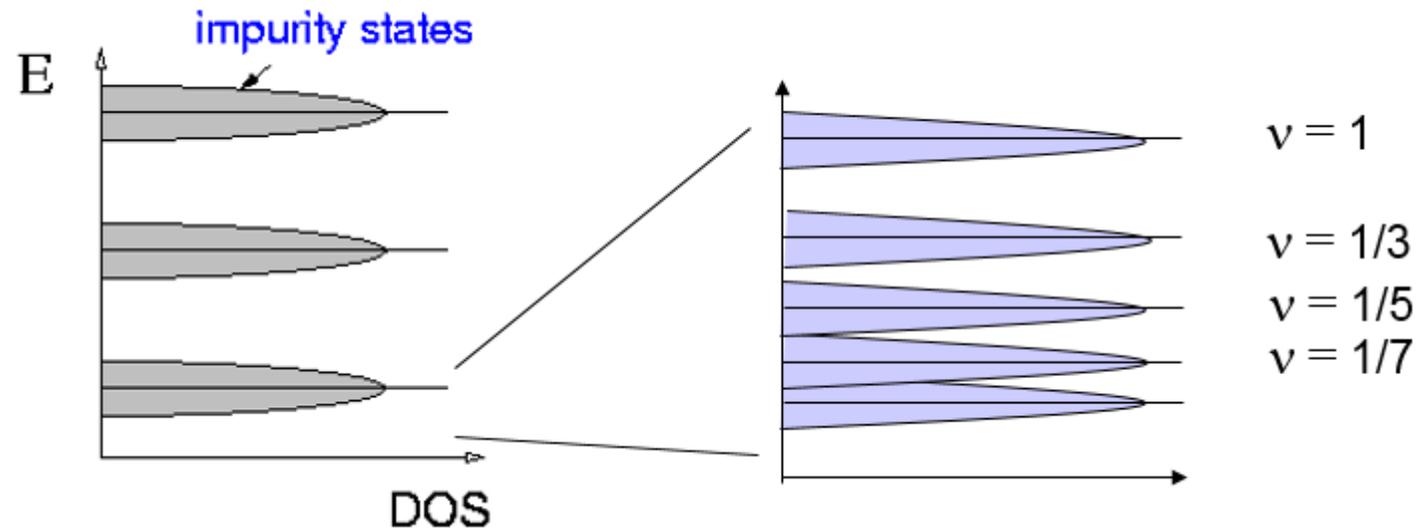
- Função de onda antisimétrica
- eigenstate do momento angular
- Repulsão Columbiana

## Factor de preenchimento dos estados de Laughlin

$$\nu = \frac{\nu_{\text{eff}}}{2p\nu_{\text{eff}} + 1}$$

$$B_{\text{eff}} = B - 2p\rho\Phi_D = B(1 - 2p\nu)$$

$$B_{\text{eff}} = \frac{1}{2p + 1}B \quad \nu_{\text{eff}} = \frac{\rho\Phi_D}{B_{\text{eff}}} = \frac{B}{B_{\text{eff}}}\nu$$



## Férmions Composto

Partículas composta = electron +  $m$  magnetic flux quanta



$m = 2p$  → composite fermion

$m = 2p + 1$  → composite boson

Partículas composta são os **anyons** (fractional statistics) apenas existem em 2D

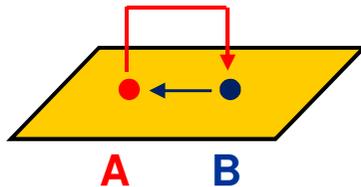
## Algumas observações importantes sobre anyons :

- Função de onda de duas partículas  $\Psi(1, 2)$
- Troca de Partículas  $\Psi(2, 1) = e^{i\alpha\pi} \Psi(1, 2)$
- Troca de partículas segunda vez  $\Psi(1, 2) = e^{2i\alpha\pi} \Psi(1, 2)$

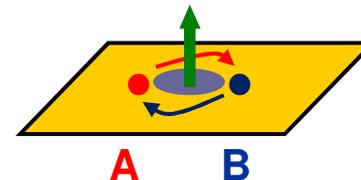
$\Rightarrow$  in 3D:  $\alpha = 0$  **Boson**

$\alpha = 1$  **Fermion**

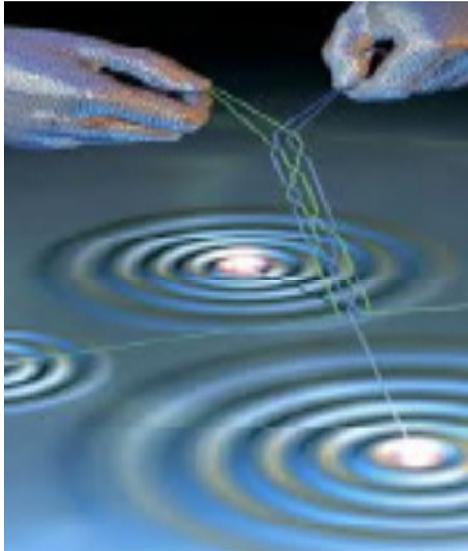
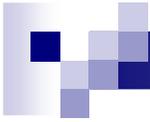
3D: Não é possível projetar a superfície em (xy)



2D sempre é possível projectar area em (xy)

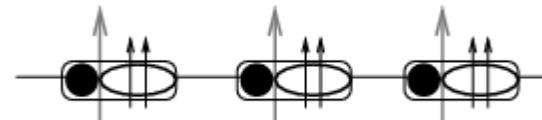
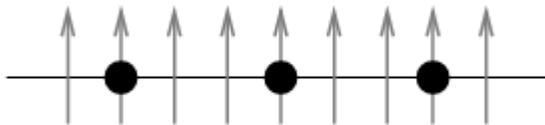


O grupo de permutações em 3D é diferente do grupo de permutações em 2D.



- Em 2D o grupo das permutações chama-se Grupo de Braid
- As partículas, já não são nem bósons nem férmions... são **anyons**

$$\nu = 1/3 \iff \nu^* = 1$$

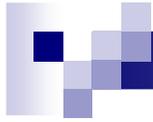


*Atualmente este fenômeno é muito estudado no desenvolvimento e aplicação na encriptação quântica.*



## Resumo

- **A condutividade de Hall é uma medida da carga do elétron.**
- **O efeito Hall quântico fracionário introduza o conceito da carga fracionaria e abra uma nova área de pesquisa científica nomeadamente os efeitos Topológicos da matéria.**
- **É uma área de pesquisa ainda completamente aberta.**



**Obrigado**

**Questões?**