



Efeito Hall Quântico

Belarmino G M Tavares

Edwin Hall



Edwin Herbert Hall (1855-1938)

Born	November 7, 1855 Gorham, Maine, United States
Died	November 20, 1938 (aged 83) Cambridge, Massachusetts, United States
Nationality	American
Alma mater	Johns Hopkins University Bowdoin College
Known for	Hall effect
	Scientific career
Fields	Physicist
Institutions	Harvard University
Doctoral advisor	Henry Augustus Rowland



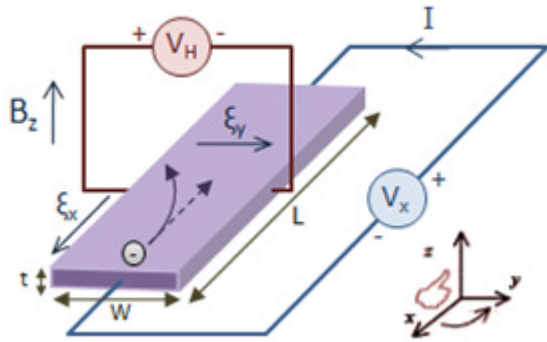
Tema:

O Efeito Hall Quântico.

Sumario:

- 1. O Efeito Hall Clássico.**
- 2. O Efeito Hall Quântico Inteiro.**
- 3. O Efeito Hall Quântico Fracionário.**

1- O Efeito Hall Clássico :



Força de Lorentz para o eletron:

$$m\dot{\vec{v}} = -e(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}) = 0 \quad \Rightarrow \quad \vec{E} = -\vec{v} \times \vec{B}$$

Corrente estacionaria:

$$\vec{j} = -e\rho\vec{v}$$

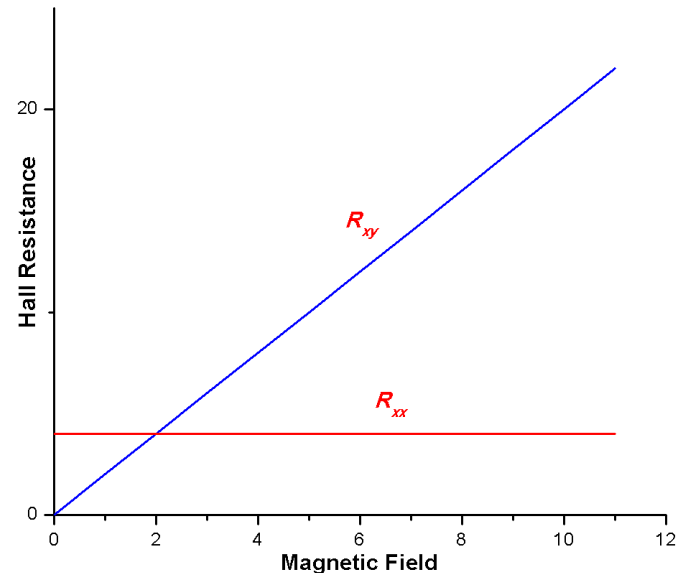
$$j_x = \frac{e\rho}{B}E_y \quad j_y = \frac{e\rho}{B}E_x$$

Resistência de Hall:

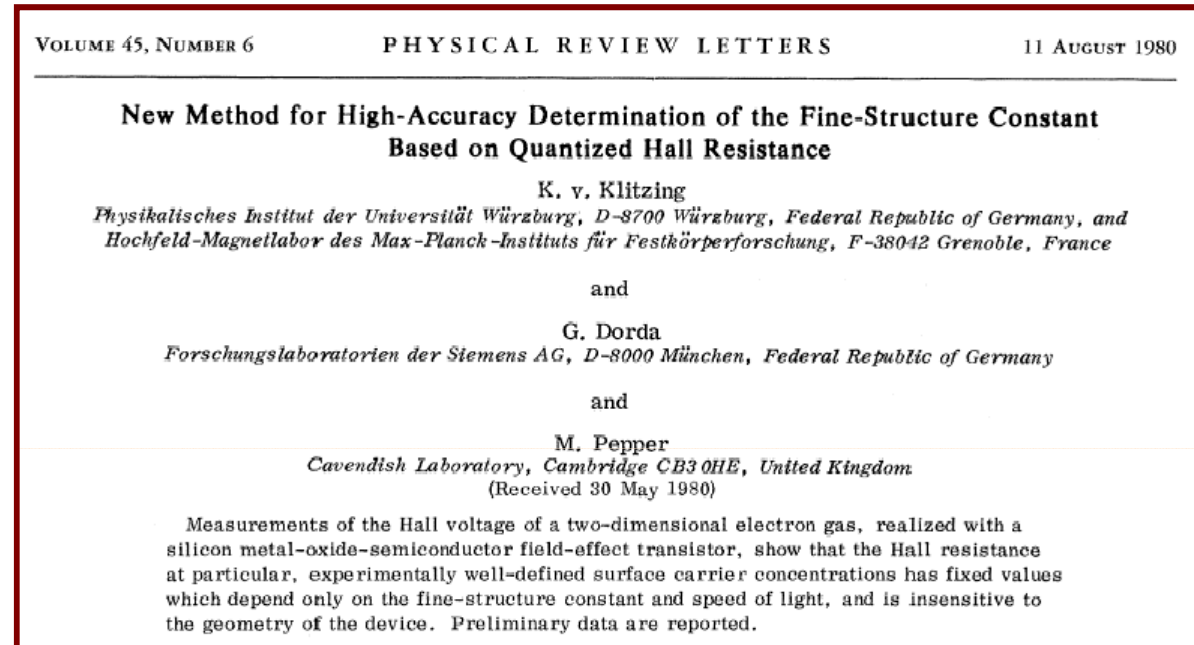
$$R_{xy} \equiv \frac{E_y}{j_x} = \frac{1}{\nu} \frac{2\pi\hbar}{e^2}, \quad R_{xx} = 0$$

$$\frac{1}{\nu} = \frac{eB}{2\pi\hbar\rho} = \frac{B}{\Phi_D\rho} \quad \Phi_D = \frac{2\pi\hbar}{e}$$

Dirac flux quantum



2- O Efeito Hall Quântico Inteiro em 2DEG



Quantum Hall effect requires:

1. **Two-dimensional electron gas** – “A two-dimensional electron gas is absolutely necessary for the observation of the Quantized Hall Effect”
2. **Very low temperature** (< 4 K)
3. **Very strong magnetic field** (~ 10 Tesla)

Klaus von Klitzing



Born 28 June 1943 (age 74)
Schroda, Reichsgau Posen,
Germany (present-day Poland)

Nationality German

Known for Quantum Hall effect^[1]

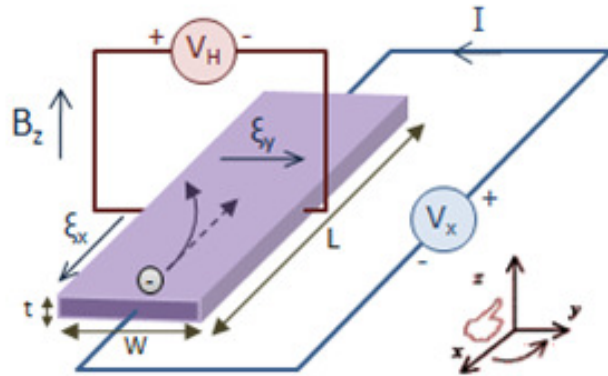
Awards Nobel Prize in Physics (1985)
Dirac Medal (1988)
ForMemRS (2003)^[2]

Scientific career

Fields Physics

2DEG:

Medição da Resistencia de Hall:



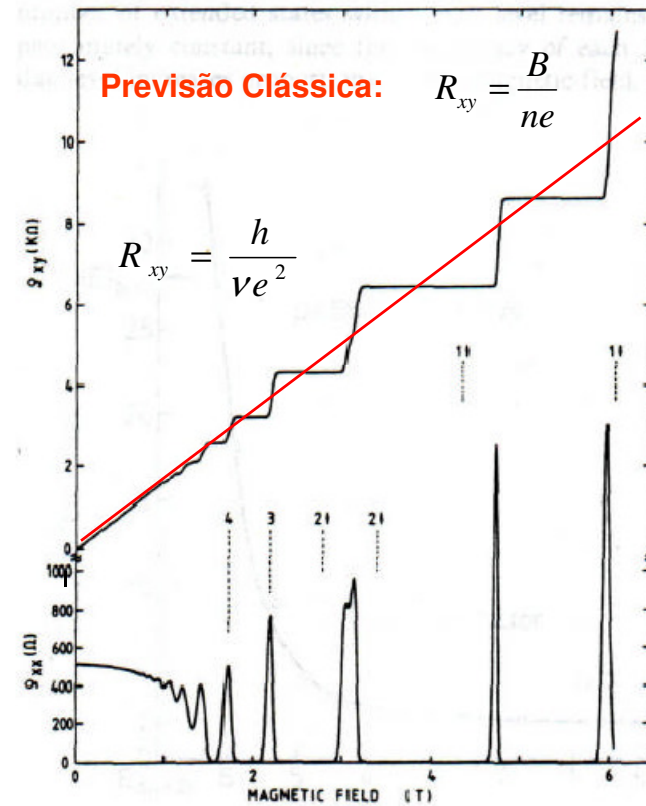
$$R_{xy} = \frac{h}{\nu e^2}$$

$$\nu = \frac{l_B^2}{n_{2D}^{-1}} = \frac{nh}{eB}$$

no plateaus?!

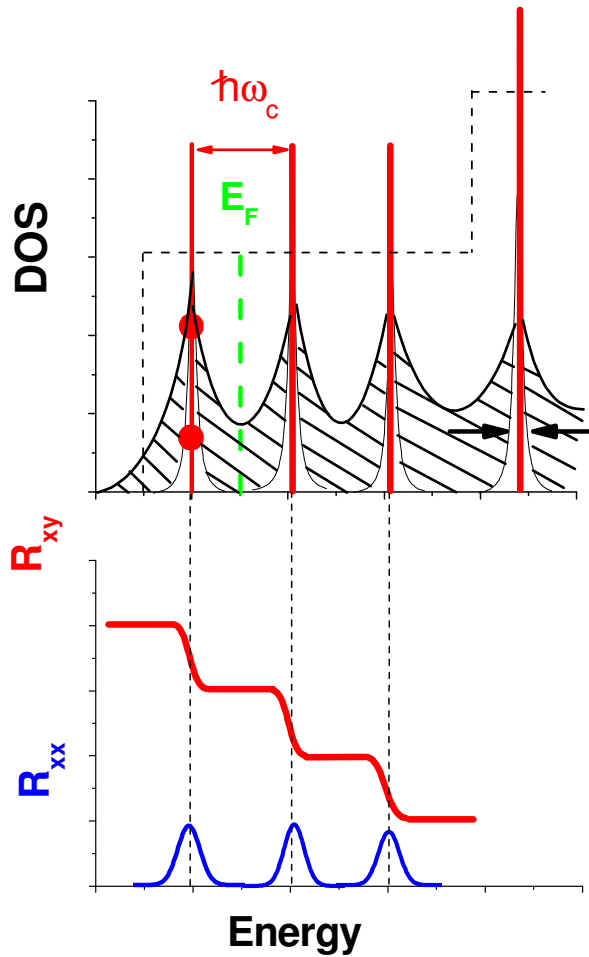
QHE mesure in GaAs/AlGaAs -

M.A.Paalonen, D.C.Tsui, A.C.Gossard, PRB **25**, 5566 (1982)



Quantização dos níveis de Landau

$$E_l = \hbar\omega_c(l + 1/2)$$

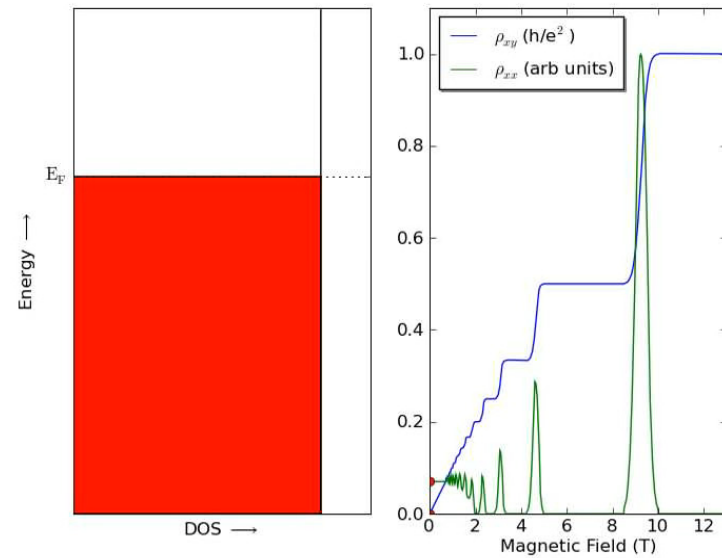
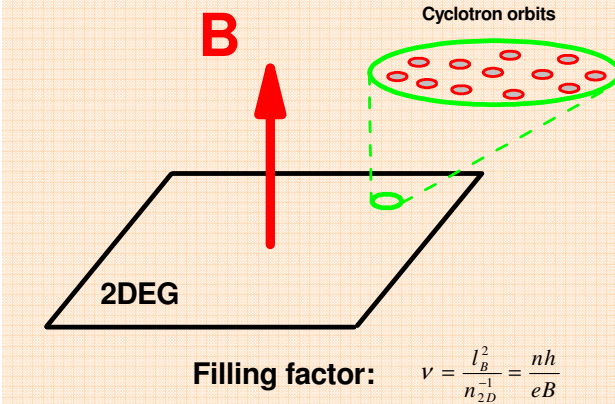


$$\Gamma = \sqrt{\frac{2\hbar}{\pi\tau}} \hbar\omega_c$$

$$\rho_{xx} = \frac{\sigma_{xx}}{\sigma_{xx}^2 + \sigma_{xy}^2}$$

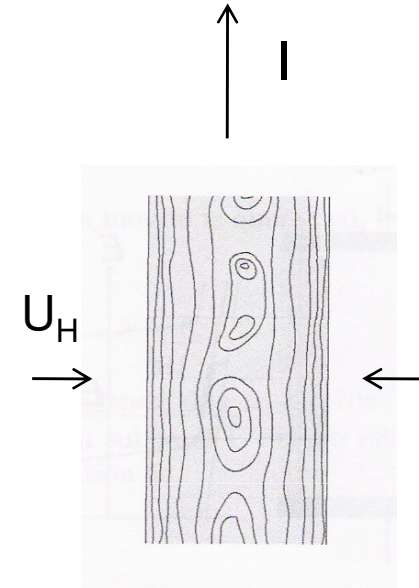
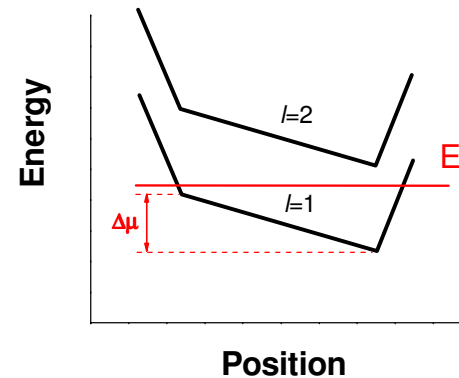
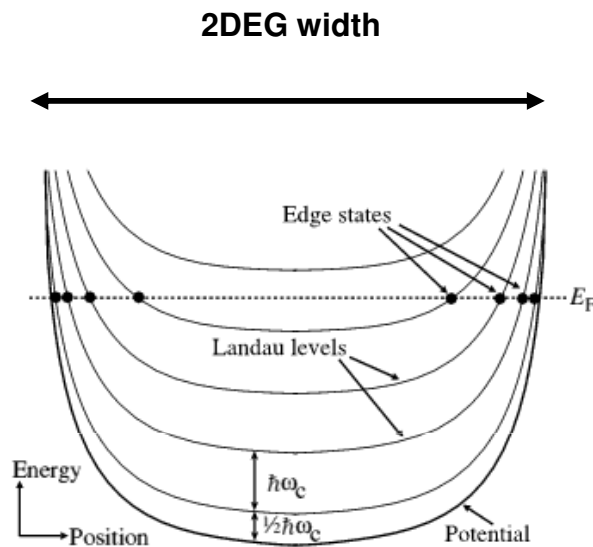
$$R_{xy} = \rho_{xy} = \frac{B}{ne} = \frac{h}{ve^2}$$

Degeneracy of a Landau level (LL)



Estado de Borda (Edge states) e Condutividade de Hall

B.I.Halperin, PRB 25, 2185 (1982)



Corrente transportada por nível de Landau:

$$I_l = \frac{e}{h} \Delta\mu$$

Condutividade de Hall:

$$\sigma_{xy} = \frac{I_l}{U_H} = \frac{\frac{e}{h} \Delta\mu}{\Delta\mu / e} = \frac{e^2}{h}$$

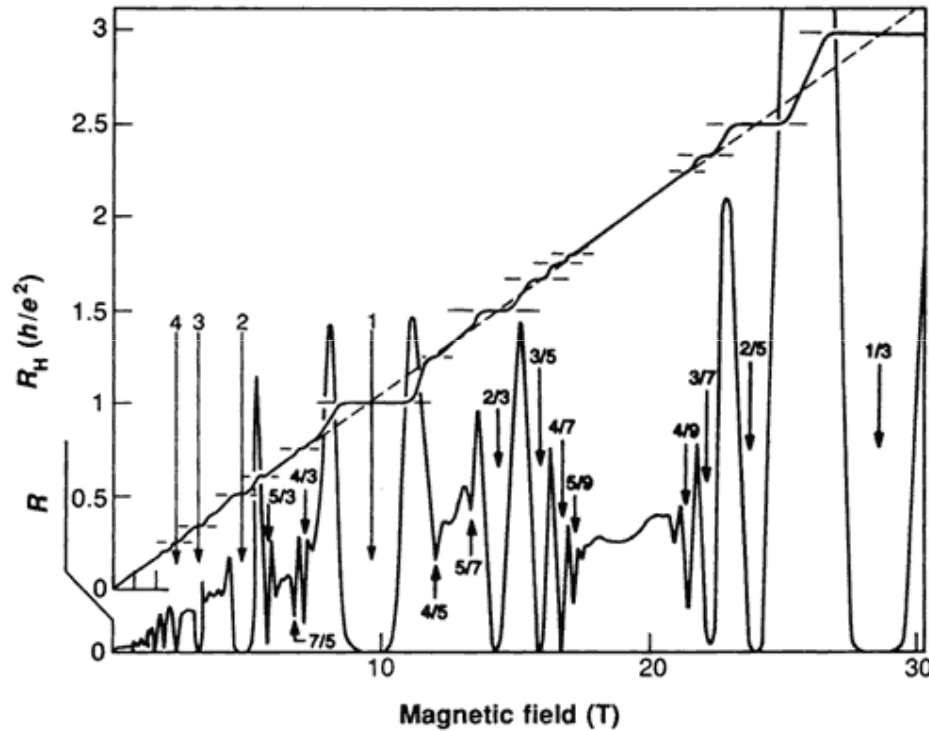
Importância de estados localizados – Não existe corrente no caso de bulk (Estado metálico fornecem corrente Hall no bulk). Nas Bordas – Não existe dissipação!

Condutividade Total:

$$\sigma_{xy} = \frac{e^2}{h} \nu$$

Condutividade Hall é uma medida da carga elétrica

3- O Efeito Hall Quântico Fracionário



The Nobel Prize in Physics 1998



Robert B. Laughlin
Prize share: 1/3



Horst L. Störmer
Prize share: 1/3



Daniel C. Tsui
Prize share: 1/3

$$\sigma_{xy} = \frac{m e^2}{n \hbar}, \quad m, n \text{ are integer}$$

Poderá a carga ser uma fração da carga elétrica do elétron?!

Estados de Laughlin

$$H\Psi = E\Psi$$

$$H = \sum_j \frac{1}{2m_b} \left[\frac{\hbar}{i} \nabla_j + \frac{e}{c} \mathbf{A}(\mathbf{r}_j) \right]^2 + \frac{e^2}{\epsilon} \sum_{j < k} \frac{1}{|\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_k|} + \sum_j U(\mathbf{r}_j) + g\mu\mathbf{B} \cdot \mathbf{S}$$

- levar em conta a interação e-e

- Função de onda Laughlin $\Psi_{1/m}(\{z_i\}) = \prod_{j < k}^N \left(\frac{z_j - z_k}{\ell_B} \right)^m \exp \left\{ -\frac{1}{4\ell_B^2} \sum_{\ell=1}^N |z_\ell|^2 \right\}$
 $\nu = 1/m$

$$z_j = x_j + iy_j$$

• Requisitos

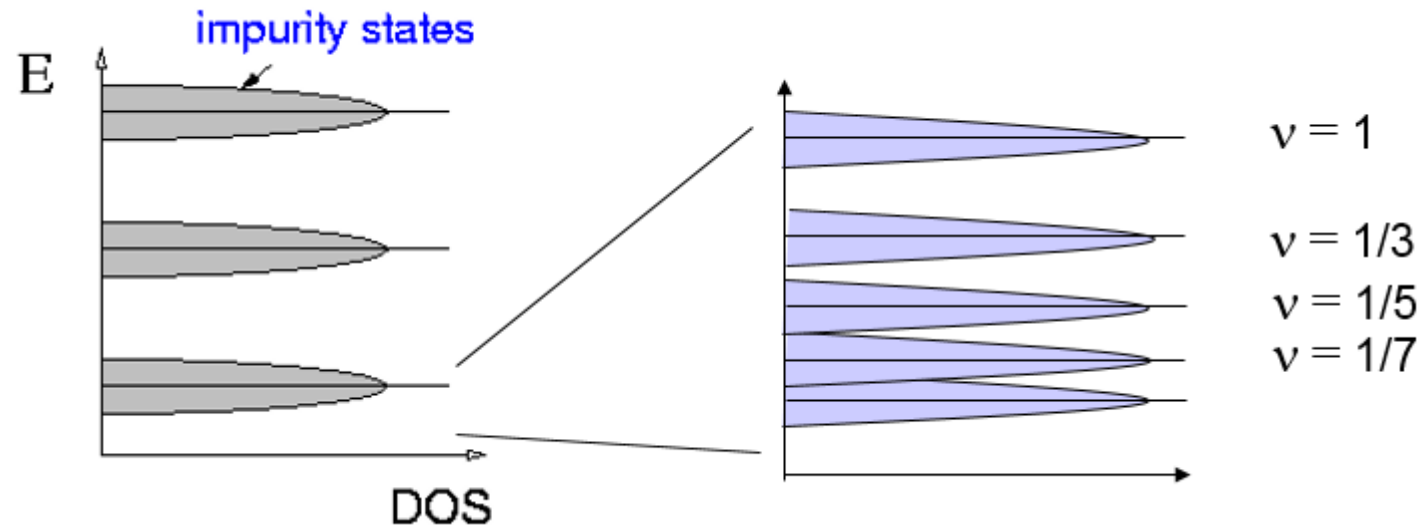
- Função de onda antisimétrica
- eigenstate do momento angular
- Repulsão Columbiana

Factor de preenchimento dos estados de Laughlin

$$\nu = \frac{\nu_{\text{eff}}}{2p\nu_{\text{eff}} + 1}$$

$$B_{\text{eff}} = B - 2p\rho\Phi_D = B(1 - 2p\nu)$$

$$B_{\text{eff}} = \frac{1}{2p+1}B \quad \nu_{\text{eff}} = \frac{\rho\Phi_D}{B_{\text{eff}}} = \frac{B}{B_{\text{eff}}}\nu$$



Férmions Composto

Partículas composta = electron + m magnetic flux quanta



$m = 2p$ → composite fermion

$m = 2p + 1$ → composite boson

Partículas composta são os **anyons** (fractional statistics) apenas existem em 2D

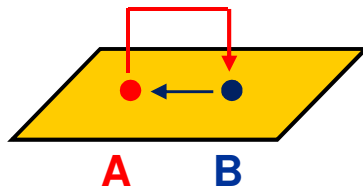
Algumas observações importantes sobre anyons :

- Função de onda de duas partículas $\Psi(1, 2)$
- Troca de Partículas $\Psi(2, 1) = e^{i\alpha\pi} \Psi(1, 2)$
- Troca de partículas segunda vez $\Psi(1, 2) = e^{2i\alpha\pi} \Psi(1, 2)$

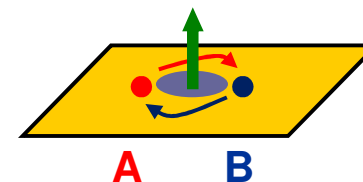
\Rightarrow in 3D: $\alpha = 0$ **Boson**

$\alpha = 1$ **Fermion**

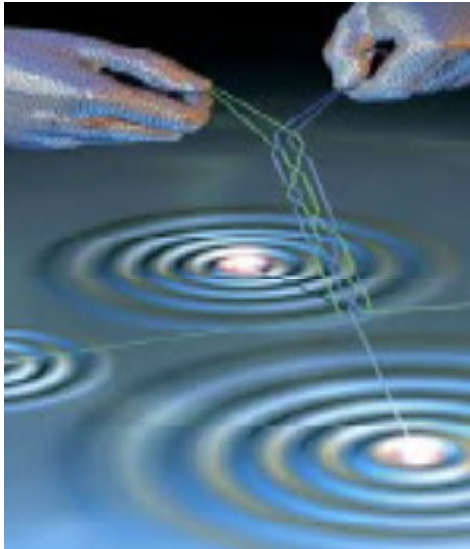
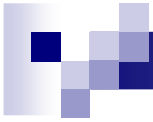
3D: Não é possível projetar a superfície em (xy)



2D sempre é possível projectar area em (xy)

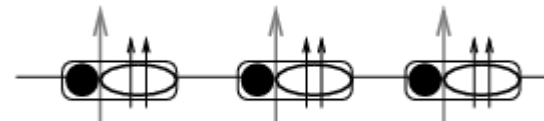
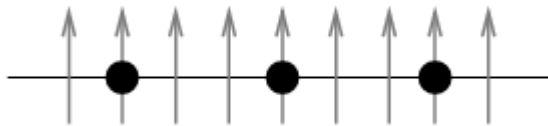


O grupo de permutações em 3D é diferente do grupo de permutações em 2D.



- Em 2D o grupo das permutações chama-se Grupo de Braid
- As partículas, já não são nem bósons nem férmions... são **anyons**

$$\nu = 1/3 \iff \nu^* = 1$$



Atualmente este fenômeno é muito estudado no desenvolvimento e aplicação na encriptação quântica.



Resumo

- **A condutividade de Hall é uma medida da carga do elétron.**
- **O efeito Hall quântico fracionário introduza o conceito da carga fracionaria e abra uma nova área de pesquisa científica nomeadamente os efeitos Topológicos da matéria.**
- **É uma área de pesquisa ainda completamente aberta.**



Obrigado

Questões?